**APORTE DEL TRABAJO COLABORATIVO No 2**

**POR**

**GEIDER BARRIOS CHAVERRA**

**TUTOR:**

**ADRIANA MORALES ROBAYO**

**UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA (UNAD)**

**CEAD- TRUBO (ANTIOQUIA)**

**VARIABLES ALEATORIAS**

Una variable aleatoria es pues, una función que asigna un número real a cada resultado en el espacio muestral de un experimento aleatorio. Ellas se denotan con una letra mayúscula, tal como X.

Se denomina **variable aleatoria discreta** aquella que sólo puede tomar un número finito de valores dentro de un intervalo. Por ejemplo, el número de componentes de una manada de lobos, pude ser 4 ó 5 ó 6 individuos pero nunca 5,75 ó 5,87. Otros ejemplos de variable discreta serían el número de pollos de gorrión que llegan a volar del nido o el sexo de los componentes de un grupo familiar de babuinos

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria X es una descripción del conjunto de posibles valores de X, junto con la probabilidad asociada con cada uno de estos valores. Esta distribución bien puede ser una gráfica, una tabla o una ecuación que da la probabilidad de cada valor de la variable aleatoria y se considera como el resumen más útil de un experimento aleatorio.

Una **variable aleatoria continua** es una función X que asigna a cada resultado posible de un experimento un número real. Si X puede asumir cualquier valor en algún intervalo I (el intervalo puede ser acotado o desacotado), se llama una variable aleatoria continua.

Al igual que en el caso de una variable aleatoria discreta, la función de distribución acumulada de una variable aleatoria continua X es la probabilidad de que X tome un valor menor o igual a algún x específico.

El **valor esperado** (también llamado media o esperanza matemática) de una variable aleatoria discreta X es una medida de posición para la distribución de X.

Se simboliza con \_ y se calcula al sumar el producto de cada valor de X con su probabilidad correspondiente.

**La varianza** de una variable aleatoria es una medida de la dispersión de la distribución de probabilidad de ésta. Se calcula ponderando el cuadrado de cada desviación con respecto a la media, con la probabilidad asociada con la desviación

Otra alternativa para medir la variabilidad, que con frecuencia es más fácil de interpretar pues sus unidades son idénticas a las de la variable aleatoria X, es la **desviación estándar** denotada por X s y que corresponde a la raíz cuadrada positiva de la varianza.

**La media y la varianza** de una variable aleatoria continua se definen de manera similar al caso de la variable aleatoria discreta. En las definiciones, la integración sustituye a la sumatoria.

TEOREMA DE CHÉBYSHEV

Para demostrar cómo la desviación estándar es indicadora de la dispersión de la distribución de una variable aleatoria, el matemático ruso Pafnuty Lvovich Chébyshev desarrolló un teorema en el que ofrece una garantía mínima acerca de la probabilidad de que una variable aleatoria asuma un valor dentro de k desviaciones estándar alrededor de la media

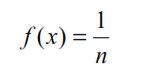
Simbólicamente, el teorema se expresa de cualquiera de las siguientes maneras:

****

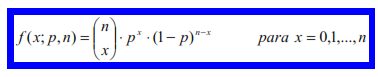
**DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETA**

En este capítulo se examinan con detalle seis familias de distribuciones de probabilidad discreta y se hacen comentarios sobre su aplicación. Estas son: las distribuciones uniforme discreta, binomial, geométrica, binomial negativa, hipergeométrica y Poisson. También se estudian sus parámetros estadísticos más usados; es decir, la media o valor esperado, la varianza y la desviación estándar.

**DISTRIBUCIÓN UNIFORME DISCRETA**

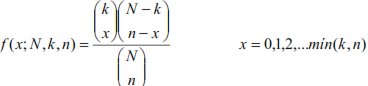
 La variable aleatoria discreta más sencilla es aquella que toma sólo un número finito de valores posibles n, cada uno con la misma probabilidad. Ella se denomina entonces variable aleatoria discreta uniforme y su distribución uniforme discreta está dada por:

**DISTRIBUCIÓN BINOMIAL**

Las distribuciones binomiales son las más útiles dentro de las distribuciones de probabilidad discretas. Sus áreas de aplicación incluyen inspección de calidad, ventas, mercadotecnia, medicina, investigación de opiniones, entre otras. Estas distribuciones permiten enfrentar circunstancias en las que los resultados pertenecen a dos categorías relevantes: que ocurra un evento determinado o que no lo haga. Este tipo de experimento aleatorio particular es denominado ensayo de Bernoulli. Sus dos resultados posibles son denotados por “éxito” y “fracaso” y se define por p la probabilidad de un éxito y 1-p la probabilidad de un fracaso.

**DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA**

En la distribución binomial se veía que el muestreo se hacía con reemplazo, asegurando la independencia de los ensayos y la probabilidad constante. Supóngase ahora que el muestreo es sin reemplazo, caso en el cual los ensayos no son independientes.

Sea el número de elementos de un conjunto de los cuales k son determinados como éxitos y -k como fallas, se trata ahora de determinar la probabilidad de x éxitos en n ensayos de los elementos del conjunto donde k ≤ y n ≤. Sea también la variable aleatoria X el número de éxitos en la muestra. Entonces, X tiene una distribución hipergeométrica y su función de distribución de probabilidad está dada por:

**DISTRIBUCIÓN POISSON**

Esta es otra distribución de probabilidad discreta útil en la que la variable aleatoria representa el número de eventos independientes que ocurren a una velocidad constante. La distribución de Poisson, llamada así en honor a Simeón Denis Poisson probabilista francés que fue el primero en describirla, es el principal modelo de probabilidad empleado para analizar problemas de líneas de espera, confiabilidad y control de calidad; como el número de personas que llegan a un lugar determinado en un tiempo definido, los defectos en piezas similares para el material, el número de bacterias en un cultivo, el número de goles anotados en un partido de fútbol, el número de fallas de una máquina en una hora o en un día, la cantidad de vehículos que transitan por una autopista, el número de llamadas telefónicas por minuto, etc. Como se puede observar se trata de hallar la probabilidad de ocurrencia de cualquier número por unidad de medición (temporal o espacial).



**Distribución de Poisson**

Definición:

En estadística, la distribución de Poisson es una de las distribuciones de probabilidad discreta. Esta distribución se utiliza para calcular las posibilidades de un evento con la tasa media dada de valor (λ). Una variable aleatoria de Poisson (x) se refiere al número de éxitos en un experimento de Poisson.

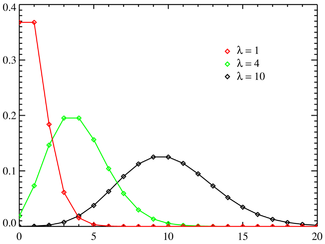
Formula

La función de masa o probabilidad de la distribución de Poisson es

f(k,\lambda)=\frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}

Donde

* *k* es el número de ocurrencias del evento o fenómeno (la función nos da la probabilidad de que el evento suceda precisamente *k* veces).
* λ es un parámetro positivo que representa el número de veces que se espera que ocurra el fenómeno durante un intervalo dado.
* *e* es la base de los logaritmos naturales (e = 2,71828...)



El eje horizontal es el índice *k*. La función solamente está definida en valores enteros de *k*. Las líneas que conectan los puntos son solo guías para el ojo y no indican continuidad.  
Función de probabilidad

**EJERCICIOS CAPITULO 4**

1. Suponga que un comerciante de joyería antigua está interesado en comprar una gargantilla de oro para la cual las probabilidades de poder venderla con una ganancia de $ 250, $ 100, al costo, o bien con una pérdida de $150 son: respectivamente: 0.22, 0.36, 0.28, 0.14. ¿Cuál es la ganancia esperada del comerciante?

**Solución:**

La variable X es: 250, 100, 0, 150

La probabilidad es: 0.22, 0.36, 0.28, 0.14

µx= E(x)= (250\*0.22+100\*0.36+0\*0.28-150\*0.14)

µx= E(x)= (55+36+0-21)

µx= E(x)= 70

La ganancia que espera el comerciante es de 70.

1. Una persona pide prestado un llavero con cinco llaves, y no sabe cuál es la que abre un candado. Por tanto, intenta con cada llave hasta que consigue abrirlo. Sea la variable aleatoria X que representa el número de intentos necesarios para abrir el candado

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| f(x) | 1/5 | 2/5 | 3/5 | 4/5 | 5/5 |

a.- Determine la función de probabilidad de X.

Primer intento

Segundo intento

Tercer intento

Cuarto intento

Quinto intento

**P(x)=**

b. ¿Cuál es el valor de P ( X ≤ 1)?

**EJERCICIO CAPITULO 5**

1. Un club de estudiantes extranjeros tiene en sus listas a 2 canadienses, 3 japoneses, 5 italianos y 2 alemanes. Si se selecciona aleatoriamente un comité de 4 estudiantes, encuentre la probabilidad de que todas las nacionalidades estén representadas?

**Solución:**

a) N = 12 estudiantes

a = 2 Canadienses

b = 3 Japoneses

c = 5 Italianos

N-a-b-c = 2 Alemanes

n = 4 estudiantes seleccionados para formar comité

x = 1 estudiante Canadiense en el comité seleccionado

y = 1 estudiante Japonés en el comité seleccionado

z = 1 estudiante Italiano en el comité seleccionado

n-x-y-z = 1 estudiante Alemán en el comité seleccionado



1. En el metro de la ciudad de Medellín, los trenes deben detenerse solo unos cuantos segundos en cada estación, pero por razones no explicadas, a menudo se detienen por intervalos de varios minutos. La probabilidad de que el metro se detenga en una estación más de tres minutos es de 0,20.

**a. ¿Halle la probabilidad de que se detenga más de tres minutos por primera vez, en la cuarta estación desde que un usuario lo abordo?**

X=4 P=0,2 Q=1-p=1-0,2=0,8

La probabilidad de que se detenga más de tres minutos en la cuarta estación es del 10,24%.

**b. ¿Halle la probabilidad de que se detenga más de tres minutos por primera vez antes de la cuarta estación desde que un usuario lo abordo?**

X=1,2,3 P=0,2 Q=1-p=1-0,2=0,8

**La probabilidad de que se detenga más de tres minutos antes de la cuarta estación es del 48,8%.**

**EJERCICIOS CAPITULO 6**

1. una panadería se cortan panecillos con un peso que se ajusta a una distribución normal de media 100 g y desviación típica 9. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un panecillo cuyo peso oscile entre 80 g y la media?

P(80<X<100) = P ((80-100)/9<(X-100)/9<(100-100)/9) =

P (-20/9< Z < 0 )

Ahora, sabemos que es cierto que P(a<X<b) = P(X<b)-P(X<a)

y que P(X<a) = 1 - P (X>a)

Luego, hallar, con tablas de distribución:

P(Z<-20/9) - P(Z>0)

Buscando en tablas, P(Z>0) = 0.5, solo hallar P(Z<-20/9) = 1 - P (Z>20/9) = 1 - 0.0132 = 0.9868

Es decir P(Z<-20/9) - P(Z>0) = 0.9868 - 0.5000 = 0.4868

0.4868 es la probabilidad de obtener el peso del panecillo entre 80 g y 100 g.

1. El flujo sanguíneo cerebral (FSC) en el cerebro de una persona sana tiene una distribución normal con una media de 74 y una desviación estándar de 16. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sana tenga una lectura por encima de 100?

La probabilidad de que una persona sana tenga una lectura por encima de 100 es de 5,48%.

**BIBLIOGRAFIA**

* ADRIANA MORALES ROBAYO, DANNYS BRITO ROSSADO, julio de 2010 , PROBALIDAD